



## Cabri, Cinderella e Sketchpad

Na secção *Tecnologias* das revistas *Educação e Matemática* n.º 66, 67 e 68 foram publicados três artigos da autoria de Eduardo Veloso, Jorge Nuno Silva e Branca Silveira, respectivamente sobre os programas de geometria dinâmica Sketchpad, Cinderella e Cabri. Com esta mesa redonda *Educação & Matemática (EM)* propôs aos autores uma discussão em torno das forças e fraquezas de cada um dos programas tendo presente aquilo a que eles se destinam — o ensino da geometria. A mesa redonda, virtual, desenvolveu-se por mail, em duas fases: numa primeira fase, os três intervenientes responderam individualmente às questões colocadas por EM, na segunda fase, reagiram às respostas dadas por todos e a algumas observações dos moderadores.

*Educação & Matemática (EM):* Depois da apresentação dos programas Sketchpad, Cinderella e Cabri nas revistas n.º 66, 67 e 68, é altura de discutirmos como usá-los no ensino da Matemática e da Geometria em particular. Em que níveis de ensino podem ser usados cada um dos programas?

*Jorge Nuno Silva (JNS):* Em todos. Contudo, a edição em português do *Cinderella* foi distribuída gratuitamente por todas as Escolas Secundárias. A página da WWW dirigida aos utilizadores portugueses (<http://cinderella.lmc.fc.ul.pt>) está vocacionada para a troca de ideias entre os utilizadores do *Cinderella* dos diversos graus.

*Branca Silveira (BS):* Todos eles podem ser usados em qualquer nível de ensino, embora me pareça que o Ensino Superior possa ter mais facilidade em recorrer ao *Cinderella*. Claro que o *software* só tem validade de acordo com o que fizemos com ele, mas há algumas funcionalidades que facilitam o tratamento de certos assuntos. Na formação que tenho feito com o *Cabri*, têm aparecido vários formandos com experiência de utilização do *Sketchpad*. Não

notei qualquer problema de adaptação ao *Cabri* mas é normal dizerem que acham a filosofia de utilização do *Cabri* mais intuitiva para os mais pequenos, do que a do *Sketchpad*. Nunca encontrei ninguém que utilizasse o *Cinderella*, portanto não posso fazer comparações. Se me fosse pedida uma hierarquia talvez dissesse: Ensino Básico — *Cabri*; Secundário — *Sketchpad*; Superior — *Cinderella*.

*Eduardo Veloso (EV):* Julgo que em geral os programas de geometria dinâmica, classe à qual pertencem os três apresentados, podem começar a ser usados desde bastante cedo (digamos segundo ciclo do Ensino Básico). Não tenho qualquer experiência educacional com crianças do 1.º ciclo nem do 2.º ciclo, portanto estou apenas a imaginar que no segundo ciclo se esteja a dar a transição do uso de programas directamente interactivos (jogos e em geral *applets* educacionais — ou seja com *feedback* visual ou sonoro imediato) para programas que exigem, na sua utilização, uma compreensão do funcionamento de *menus*, a “programação mental” de uma sequência de acções e outras coisas deste tipo que pressupõem uma maturidade que na minha ignorância julgo que apenas começa a

estar presente nas crianças a partir daquelas idades. No que diz respeito ao *Sketchpad*, programa que conheço muito melhor, estou convicto que pode perfeitamente ser usado a partir do 3.º ciclo do Básico e pode (e deveria) ser utilizado daí para a frente — Secundário, Superior (formação inicial de professores, por exemplo) e auto-formação dos professores em serviço. Embora julgue que a utilização do *Cabri* é bastante menos intuitiva que a do *Sketchpad*, em diversos aspectos, diria que as suas possibilidades de utilização são semelhantes às do *Sketchpad*. Quanto ao *Cinderella*, acho que nesta versão inicial a sua utilização preferencial deva ser feita de acordo com aquilo que o distingue positivamente dos outros dois programas, ou seja a facilidade de trabalho em geometrias não-euclidianas. Isto, portanto, aponta para uma utilização no Ensino Superior.

*EM:* Na apresentação de alguns dos programas fala-se em renovação do ensino da geometria. Em que consiste essa renovação e como pode cada um dos programas contribuir para ela?

*BS:* Pretende-se que o ensino da matemática e não só o da geometria



Eduardo Veloso

tenha um carácter mais experimental, mais centrado na resolução de problemas, na exploração de conceitos, na formulação e testagem de conjecturas, em pequenas investigações. No caso particular da Geometria qualquer *software* de geometria dinâmica contribui decisivamente para todos os aspectos que referi anteriormente. Não faço distinção entre qualquer deles. Como já disse, tudo depende da forma como forem utilizados pelo professor e pelos alunos.

*EV:* São bem conhecidas as críticas que o movimento da Matemática Moderna (MM) fez ao ensino da geometria que vigorava nos anos 40 e 50. Como dizia Dieudonné em *Royaumont* (a célebre reunião em 1959 que lançou, por assim dizer, a MM) “Julga-se desonroso não poder apresentar aos alunos uma teoria completamente dedutiva a partir dos axiomas fundamentais; como isto é muito difícil para o nível elementar, pensa-se ser preferível passar a uma *escroquerie* intelectual em vez de reconhecer francamente a situação”. Este célebre matemático do grupo *Bourbaki* reconhece depois lucidamente que “não se pode desenvolver com pro-

veito uma teoria sob forma axiomática enquanto o aluno não está familiarizado com as questões a que ela se aplica, trabalhando algum tempo numa base experimental ou semi-experimental, fazendo constantemente apelo à intuição”. É na linha desta última observação de Dieudonné que os programas de geometria dinâmica podem intervir na renovação do ensino da geometria, fornecendo a alunos e professores uma ferramenta ideal para, usando “constantemente” a intuição, explorarem situações problemáticas de carácter geométrico, desenvolverem investigações, formularem conjecturas e ficarem convictos da sua veracidade ou não, quando encontram contra-exemplos que as refutam. No primeiro caso, serão ainda muitas vezes levados a procurar uma demonstração que explique porque razão tal resultado é verdadeiro. Numa palavra, os programas de geometria dinâmica contribuem para que o ensino da geometria constitua uma verdadeira experiência matemática para os alunos ... não se pode querer melhor renovação para o ensino da matemática do que esta!

Na conferência e no *workshop* de Michael de Villiers (com títulos respectivamente “Para uma compreensão dos diferentes papéis da demonstração em geometria dinâmica” e “Repensar a demonstração com o *Geometer's Sketchpad*”), neste ProfMat de Viseu, ficou bem claro como, em particular, o *Sketchpad* pode ser uma ferramenta poderosa nesta renovação.

*JNS:* O *Cinderella* é um programa de geometria dinâmica muito fácil de usar, muito versátil e matematicamente correcto. Será de grande utilidade para professores e alunos, seja qual for o programa de geometria.

*EM:* *Quer o Eduardo quer a Branca valorizam as experiências de aprendizagem que passam pela experimentação, pela resolução de problemas, pela investigação, formulação e testagem de conjecturas antes de chegar à demonstração. O Jorge Nuno fala*

*sobretudo da facilidade, versatilidade e correcção do programa Cinderella. O que pensa destes aspectos referidos pela Branca e pelo Eduardo?*

*JNS:* Concordo completamente com eles. Nomeadamente com o papel dos programas de geometria dinâmica na elaboração e discussão de conjecturas e problemas.

*EM:* *Uma utilização regular por parte dos alunos, ao longo da escolaridade, de programas de geometria dinâmica será compatível com a tradicional avaliação — escrita, de tempo limitado e com o computador ausente?*

*JNS:* Sim, mas o *Cinderella* está também adaptado a outras formas de avaliação, menos ortodoxas. Os programas destinam-se a ajudar. Com eles só podem os alunos beneficiar. A adequação dos métodos de avaliação é uma questão diferente, que já é problemática mesmo antes de se pensar em introduzir estes programas no dia a dia da prática lectiva.

*EV:* Esta é uma questão muito importante e decisiva para a referida renovação. Em teoria, apesar da “tradicional avaliação”, nada parece impedir — e alguns professores o fazem — a utilização de programas de geometria dinâmica nas suas aulas. Mas, na prática, a “tradicional avaliação” e a interpretação que ela implica para o currículo implementado pela maioria dos professores (independentemente das recomendações incluídas nos próprios programas) são um dos maiores obstáculos a essa utilização regular. E a questão não é a do computador estar ausente dos exames (e portanto dos testes de treino para aqueles). Não me admirava que no futuro os alunos pudessem durante “10 minutos” ir a um computador fazer um exercício qualquer, ficando salva a “honra da casa” das tecnologias, tanto na boca dos Guterres, dos Durões e dos Justinos. A questão principal é que qualquer tipo de avaliação imediata, escrita e de tempo



necessariamente limitado tem que ser à base de “exercícios” e “respostas múltiplas” e ignorar o tipo de questões e experiências que precisamente são características da tal renovação e que são estimuladas pelo uso da geometria dinâmica. Há aqui uma contradição fundamental: ou os alunos são treinados para fazer exames e isso consiste em adestrá-los em receitas e técnicas para que possam resolver rapidamente as perguntas postas “sem perderem muito tempo a pensar”; ou fazem experiências matemáticas significativas nas aulas e ganham gosto e proficiência no verdadeiro trabalho matemático — são persistentes, perguntam muitas vezes a si mesmo “e se?”, abrindo caminho para questões diferentes das iniciais, tentam vários caminhos e vão aprendendo e ganhando maturidade matemática com os resultados obtidos, embora porventura errados, etc.

Um professor que durante um 12º ano use regularmente nas suas aulas programas de geometria dinâmica e promova a segunda alternativa no seu ensino não pode deixar de sentir uma contradição profunda entre a aprendizagem que os seus alunos estão a fazer e a avaliação a que vão ser sujeitos no fim do ano.

*BS:* Importa que o aluno adquira os conceitos e os saiba utilizar, quando necessário, na resolução de problemas. Os programas de geometria dinâmica ajudam a construção destes conceitos, que o aluno vai usar quer esteja a utilizar o computador ou o papel e lápis. A utilização destes programas por parte dos alunos é tudo menos “regular” e enquanto este estado de coisas se mantiver, não me parece que haja qualquer incompatibilidade com a avaliação tradicional.

Ainda que a utilização por parte dos alunos passe a ser regular e mesmo que a avaliação continue nestes termos, (se assim acontecer será um enorme disparate!), acho que, mesmo numa avaliação dita tradicional, os alunos serão mais capazes de responder ao que lhes é pedido. Falei em disparate, pois, insistir num tipo de



Jorge Nuno Silva



Branca Silveira

avaliação em que os alunos se limitem a resolver exercícios, mais ou menos rotineiros, é uma perda de esforço e de tempo, quando de certeza os alunos terão muito mais vantagem em investir na resolução de situações problemáticas.

*EM:* Há algum aspecto no programa que apresentaram que o distinga de forma positiva dos outros? Qual? Porquê?

*BS:* Já respondi, em parte, a esta questão. Principalmente acho mais intuitivo o trabalho com o *Cabri* do que com os outros programas pois segue uma ordem de selecção de comandos e objectos que é mais “natural” na nossa linguagem corrente.

Ainda uma ou outra nota ao acaso sobre pormenores elementares. No caso de transformações geométricas o *Sketchpad* apresenta a vantagem de se poder transformar de uma só vez um conjunto de objectos. O estudo da Geometria Analítica pode ser mais fácil. Já no caso dos polígonos e das cónicas o *Cabri* tem vantagem. Nas geometrias não euclidianas creio que a vantagem vai para o *Cinderella*. A versão actual do *Cinderella* “perde”

muito relativamente aos outros programas por não ter a capacidade de construção de *macros* como no *Cabri*, ou de *scripts* como no *Sketchpad*. Segundo os seus autores a nova versão já vai trazer essa funcionalidade.

O facto de se fazer a selecção dos objectos no *Sketchpad* antes de estar dito o que se quer fazer com eles, pode levar a situações estranhas, como por exemplo, quando se pede a construção de um ponto num objecto e por acaso se “esqueceu” uma selecção feita de vários objectos, num passo anterior.

O *Cabri* apresenta, por vezes, um problema relacionado com os ângulos, em certas situações de experimentação. Um problema semelhante, mas agora relacionado com segmentos, aconteceu-me com o *Cinderella*, na resolução de um problema, que um colega nosso propôs a alguns de nós, embora tenha sido dito que o “problema dos saltos” estava resolvido.

*EV:* Existem diferenças fundamentais, na minha opinião, entre o *Sketchpad* e os outros dois programas em apreciação (*Cabri* e *Cinderella*) que distinguem positivamente o *Sketchpad*. Indico apenas uma: Interface e tipo



de interactividade. Quase que basta olhar para os *menus* dos três programas (*Sketchpad* — Figura 1, *Cabri* — Figura 2, *Cinderella* — Figura 3, para perceber as grandes diferenças no interface.

Enquanto no *Sketchpad* o interface é claro e bem organizado (construções e instrumentos fundamentais euclidianos à esquerda — ponto, régua não graduada e compasso “sem memória” — e menus em palavras em cima — mas quem pode ter dúvidas que *construct* são construções e que *transform* são transformações?) no *Cabri* os ícones ajudam menos do que facilitam. É preciso *clicar* no botão que tem um ponto azul sobre um traço vermelho para perceber que afinal aí está quase tudo, desde recta até polígono regular... E quem diria que uma seta e dois pontos queria dizer transformações? Ao fim de algum tempo habituamo-nos a

tudo, mas parece-nos que este interface é bastante menos intuitivo. O *Cinderella* copiou em parte o *Cabri*, mas a profusão de *ícones* obriga a associar (*rollover*) a cada um deles um pequeno texto. Mas o que distinguirá o quarto *ícone* da segunda linha (“*draw a parallel line*”) e o sétimo da terceira (“*define a parallel line*”) ? Em parte no *Cabri*, mas sobretudo no *Cinderella*, do ponto de vista *icónico* um ponto vale o mesmo que por exemplo uma cónica, não há distinções claras entre os objectos básicos, por assim dizer, da geometria e os outros. O *menu* em palavras do *Cinderella* não é mais explícito. Que quererá dizer a palavra “*modos*”, “*modos*” na versão portuguesa? Depois de procurar muito e ir ao manual, percebi que *modos* (ou *modos interactivos*) quer dizer no fundo “*construções*” (ponto médio, perpendicular, etc.). Porquê “*modos*”?

O *Sketchpad* usa o paradigma “primeiro o substantivo, depois o verbo” enquanto o *Cabri* e o *Cinderella* usam o paradigma “primeiro o verbo, depois o substantivo”. Que quer isto dizer? Que o *Sketchpad*, conforme é habitual nos programas elementares de computador, como por exemplo nos processadores de texto, escolhe primeiro os objectos geométricos e depois a operação que quer fazer com eles: escolho dois pontos e depois peço o ponto médio, tal como nos processadores de texto selecciono uma palavra e depois escolho itálico. No *Cabri* e no *Cinderella* faço o contrário, escolho perpendicular e depois ando à procura de um ponto e de uma recta para tirar a perpendicular... Parece-me um grande erro de concepção.

Tanto o *Sketchpad* como o *Cabri*, embora com grandes diferenças, podem ser utilizados no ensino da geometria nos ensinos básico e secundário, pois embora não sendo programas perfeitos, não têm insuficiências fundamentais. Isso distingue-os positivamente do *Cinderella*, que na sua versão actual (julgo que a primeira) não tem comandos para rotações nem para dilatações, por exemplo, nem é capaz de construir *macros* ou *scripts*, ou seja, não se pode estender com novas ferramentas construídas pelo utilizador. Os aspectos positivos do *Cinderella* (geometrias não euclidianas e facilidade de colocação na Web) não compensam, no que diz respeito ao ensino da geometria naqueles níveis, as deficiências apontadas.

*JNS*: O *Cinderella* é o programa mais simples e intuitivo de usar. O utilizador só precisa de *clicar* o rato, nada mais. As crianças do Básico aderem a este *software* imediatamente. O *Cinderella* produz construções interactivas com uns *cliques* do rato e mais um clique exporta uma construção para a WWW, na forma de um *applet Java* interactivo. Em particular, os exercícios interactivos, de correcção automática, são muito fáceis de criar e exportar para a WWW.

O *Cinderella* está escrito em *Java*, pelo que se pode instalar em qual-



Figura 1. Menu do programa *Geometer's Sketchpad*.

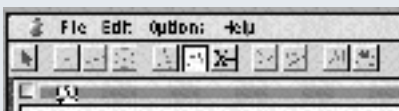


Figura 2. Menu do programa *Cabri Géomètre*.



Figura 3. Menu do programa *Cinderella*.



quer sistema operativo, e as suas construções podem ser partilhadas por todos, independentemente do computador ou sistema operativo em que trabalhem. O *Cinderella* opera em três Geometrias: Euclidiana, Esférica e Hiperbólica. Todas as construções são “traduzíveis” noutra geometria com um clique do rato. O *Cinderella* está traduzido em português e encontra-se distribuído por todas as Escolas Secundárias do país. Há uma página na *web*, destinada aos utilizadores de língua portuguesa (<http://cinderella.lmc.fc.ul.pt>), onde se podem partilhar (*upload* e *download*) construções geométricas, problemas, textos interactivos, etc.

*EM: O facto de o Sketchpad usar o paradigma “primeiro o substantivo e depois o verbo” referido pelo Eduardo, por exemplo só disponibilizando a opção de traçado de perpendicular a uma recta passando por um ponto após a selecção desses objectos, não exigirá à partida do aluno maiores conhecimentos de matemática? É uma vantagem ou desvantagem?*

*BS: Não concordo com o que disse o Eduardo sobre este assunto. A vantagem que eu vejo em seleccionar primeiro a construção e depois os objectos é apenas porque acho que se segue a linguagem natural. Na resolução de um problema dizemos: “agora vou precisar de traçar uma perpendicular por este ponto a esta recta” ou “preciso de traçar uma perpendicular a esta recta por este ponto”, por exemplo, e o Cabri permite estas duas sequências. E se o Eduardo está de acordo com a técnica do processador de texto, então também deve estar de acordo com esta sequência. No processador de texto a lógica é a mesma (estou a referir-me à lógica de pensamento e não à sequência de cliques). Dizemos “esta palavra vai ficar em itálico” e então seleccionamos primeiro a palavra. Se seguíssemos a lógica do Sketchpad teríamos que dizer “em itálico vai ficar esta palavra” Não vejo diferença nos dois casos.*

O aluno ao utilizar qualquer dos programas tem que ter os conhecimentos matemáticos para resolver as situações propostas. Os programas são apenas uma ferramenta muito poderosa que o ajuda a resolver o seu problema e que lhe pode dar pistas para ir muito mais além. O resto é técnica.

*EV: Julgo que não é num programa de geometria dinâmica que um aluno deve adquirir uma primeira noção do que é, por exemplo, tirar por um ponto a perpendicular a uma recta. Quando está no meio de uma construção, de uma investigação ou da resolução de um problema, o aluno deve ter uma ideia do que fazer, do que quer experimentar. A ideia do aluno não pode ser, não deve ser, talvez tirando uma perpendicular que não sei bem o que é, nem sei a quê, nem por onde deve passar... Deve ser qualquer coisa do tipo: talvez tirando uma perpendicular por este ponto àquela recta eu consigo perceber o que se passa, por isso vou experimentar. Se selecciona apenas um ponto (e não a recta) a perpendicular não está acessível e é uma aprendizagem importante para ele perceber que o computador é estúpido e precisamos de lhe dar os dados todos para ele funcionar. Mais importante que tentar resolver o problema por tentativas, clicando primeiro em perpendicular e depois indo fazer perpendiculares a qualquer coisa passando por qualquer coisa sem saber bem porquê e para quê ...*

*EM: Pelo que conhecem e pelo que foi dito dos três programas, o que aproveitariam de cada um (ou o que não abdicariam do que conhecem melhor) para construir um Ambiente de Geometria Dinâmica ideal?*

*JNS: Creio que a próxima versão do Cinderella, com as suas desvantagens resolvidas (ausência de transformações geométricas e de scripts, por exemplo) e com muitas outras funcionalidades disponíveis, constituirá um fantástico ambiente para a Geometria (e não só). Esta nova versão será*

disponibilizada gratuitamente a todos os que disponham da versão primitiva, por *download* directo da página WWW do *Cinderella*.

*EV: Aproveitaria os menus e as capacidades do Sketchpad, talvez juntasse a capacidade do Cabri para “verificar propriedades” (embora talvez por não conhecer tenha algumas dúvidas sobre a sua real utilidade) e do Cinderella juntava com certeza a capacidade de apresentar as três geometrias simultaneamente e a facilidade de colocar applets Java na Web (mas apenas se a programação em Java não fosse a causa — o que veremos nas próximas versões — da falta de macros ou scripts e outras grandes insuficiências da presente versão).*

*BS: Estou de total acordo com o Eduardo quando diz que o Cinderella tem ícones a mais. Pode tornar-se de facto muito confuso. Já não concordo quando diz que os ícones do Cabri só complicam. Respondendo à questão colocada e apenas pelo que conheço dos três programas, rejeitava o interface do Cinderella, aproveitava construções elementares, polígonos e cónicas do Cabri, parte da geometria analítica e talvez animações do Sketchpad, geometrias não euclidianas e a facilidade de colocação na Web do Cinderella e naturalmente nunca abdicaria das macros do Cabri ou dos scripts do Sketchpad.*

A Mesa Redonda foi conduzida por  
Adelina Precatado  
Esc. Sec. de Camões  
e José Duarte  
ESE de Setúbal